

文章编号: 1000-8055(2010)03-0718-05

人字齿轮承载接触分析与试验

王 成¹, 方宗德¹, 谷建功¹, 贾海涛²

(1. 西北工业大学 机电学院, 西安 710072;

2. 中国船舶重工集团公司 第 703 研究所, 哈尔滨 150036)

摘 要: 根据人字齿轮均载传动的特点, 提出了人字齿轮承载接触分析的方法. 首先, 通过有限元法计算得到齿面柔度矩阵和轴变形产生的附加柔度矩阵, 将两者叠加获得人字齿轮系统的齿面法向柔度矩阵. 其次, 将有限元、柔度矩阵、数学规划和齿轮(一般为小轮)的轴向移动结合在一起, 计算得到人字齿轮副的承载啮合过程. 最后, 以一对试验人字齿轮为例, 通过对齿面轻载印痕和承载传动误差的比较, 结果验证了所提出的人字齿轮承载接触分析方法的正确性.

关 键 词: 人字齿轮; 承载接触分析; 法向柔度矩阵; 承载传动误差

中图分类号: TH132

文献标识码: A

Loaded tooth contact analysis of double helical gears and experimental investigation

WANG Cheng¹, FANG Zong-de¹, GU Jian-gong¹, JIA Hai-tao²

(1. School of Mechanical Engineering,

Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China;

2. No. 703 Research Institute,

China Shipbuilding Industry Corporation, Harbin 150036, China)

Abstract: According to the meshing characteristics of load sharing of double helical gears, the method of loaded tooth contact analysis (LTCA) of double helical gears was proposed. Firstly, tooth surface normal flexibility matrix caused by unit normal force of tooth surface point and the additional matrix caused by the deformation of shafts were obtained through the finite element calculation. The additional matrix was added to the tooth surface flexibility matrix and the normal flexibility matrix of gear system was generated then. Secondly, the loaded tooth contact analysis was completed. In the analysis process, the finite element, the programming method and the axial displacement of pinion were combined. Finally, an experiment that compared the result of tooth surface light contact and loaded transmission error of measure with calculation was provided, which verified the correct of method proposed.

Key words: double helical gears; loaded contact analysis; normal flexibility matrix; loaded transmission error

收稿日期: 2009-02-25; **修订日期:** 2009-04-26

基金项目: 国家自然科学基金(50875211)

作者简介: 王成(1977-), 男, 山东莱州人, 博士生, 主要从事人字齿轮修形设计与分析等方面的研究.

人字齿轮由于其传动平稳、承载能力大和轴承载荷小等优点^[1],已在直升机传动系统中获得了应用(如 V-22“鱼鹰”倾转旋翼机)。

当存在制造和安装误差时,人字齿轮两端斜齿轮副传动存在齿的相位差,从而造成人字齿轮两端传递的扭矩不相等。故人字齿轮传动中小轮一般采用轴向浮动安装,通过轴向移动来平衡两端齿面间隙,实现两端传递的扭矩相等,从而达到均载的目的。

齿轮轮齿承载接触分析(loaded tooth contact analysis,简称 LTCA)技术是一项重要的齿轮设计技术,即在齿轮产品试制之前,对齿轮在载荷作用下的啮合过程进行高精度的计算机仿真,以获得设计齿轮在拟真实工况条件下的工作性能。对于缩短试制周期,减少试制费用,设计高质量的齿轮产品具有重要的意义。

国内外学者对斜齿、锥齿等齿轮的承载接触分析做了大量的研究^[2-5],但对于人字齿轮,相关文献较少。本文针对人字齿轮均载传动的特点,在考虑齿面间隙、轮齿变形和支撑变形等多种因素影响的基础上,将三维有限元计算得到的齿轮系统齿面法向柔度矩阵与数学规划方法相结合^[6],提出了人字齿轮承载接触分析的方法。最后,以某人字齿轮为例,对理论与试验得到的齿面轻载印痕和承载传动误差进行了对比。

1 人字齿轮齿面接触的数学规划模型

1.1 位移协调方程

图1为人字齿轮 LTCA 的计算模型,假设此时左右两端各有两对齿(I、II、III和IV)可能同时接触。轮齿变形前,齿对的齿面初始间隙为

$$w_k = \delta_k + b_k$$

其中

$$k = \text{I, II, III, IV}; \quad (1)$$

$$w_k = [w_1, w_2, \dots, w_n]^T;$$

$$b_k = [b_1, b_2, \dots, b_n]^T;$$

$$\delta_k = [\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_n]^T.$$

式中 n 为瞬时接触椭圆长轴上离散点的个数; b_j ($j = 1, 2, \dots, n$) 为齿对 k 的齿面法向间隙,具体求解方法可以参考文献^[7]; δ 为齿对 k 的传动误差(由轮齿接触分析(TCA)确定)。

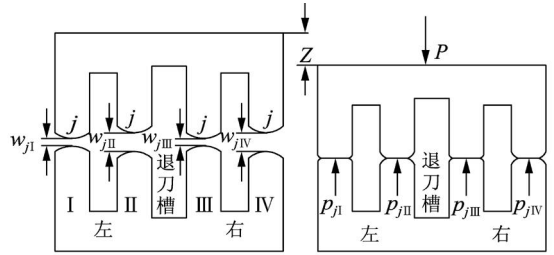


图1 人字齿轮的 LTCA 计算模型

Fig. 1 Loaded contact analysis model of double helical gears

假定小轮固定,则大轮轮齿在载荷 P 的作用下沿法向运动 Z ,变形后位移协调方程为

$$F_k p_k + w_k = Z + d_k \quad (2)$$

其中

$$k = \text{I, II, III, IV};$$

$$p_k = [p_1, p_2, \dots, p_n]^T;$$

$$d_k = [d_1, d_2, \dots, d_n]^T;$$

$$Z = Z[1, 1, \dots, 1]^T.$$

式中 p_j ($j = 1, 2, \dots, n$) 是齿对 k 的瞬时接触椭圆长轴离散点 j 处的法向载荷; d_j ($j = 1, 2, \dots, n$) 是齿对 k 的瞬时接触椭圆长轴离散点 j 处变形后的齿面间隙; Z 为轮齿的法向位移; F_k 是齿对 k 的法向柔度矩阵,详细计算见本文第2节。

1.2 力平衡条件

离散载荷 p_j ($j = 1, 2, \dots, n$) 满足

$$\sum_j^n p_{jI} + \sum_j^n p_{jII} + \sum_j^n p_{jIII} + \sum_j^n p_{jIV} = P \quad (3)$$

人字齿轮传动的特点是左右两端齿轮副传递扭矩的自相平衡。由于左右两端齿轮的节圆半径相等,因此可以将传递扭矩的平衡认为是两端斜齿轮副产生的轴向力平衡,即

$$\sum_j^n p_{jI} \cos \gamma_{jI} + \sum_j^n p_{jII} \cos \gamma_{jII} = \sum_j^n p_{jIII} \cos \gamma_{jIII} + \sum_j^n p_{jIV} \cos \gamma_{jIV} \quad (4)$$

式中 I、II、III和IV分别为左右端某一啮合位置同时啮合的齿对数; $p_{jI}, p_{jII}, p_{jIII}, p_{jIV}$ ($j = 1, 2, \dots, n$) 为主方向各离散点的支反力; $\gamma_{jI}, \gamma_{jII}, \gamma_{jIII}, \gamma_{jIV}$ ($j = 1, 2, \dots, n$) 为各离散点的支反力与轴线所夹的锐角(通过人字齿轮轮齿接触分析计算得出)。

1.3 非嵌入条件

由接触问题的非嵌入条件,有下式成立

若 $p_{jk} > 0$, 则 $d_{jk} = 0$;

若 $p_{jk} = 0$, 则 $d_{jk} > 0$.

1.4 人字齿轮加载接触分析

人字齿轮齿面的接触可以描述为

$$\left\{ \begin{array}{l} \min \sum_{j=1}^{4n+2} X_j \\ - Fp + Z + d + X = w \\ e^T p + X_{4n+1} = P \\ e^T (p_1 \cos \gamma - p_2 \cos \lambda) + X_{4n+2} = 0 \\ \text{s.t.} \quad p_j, d_j, Z, X_j \geq 0 \\ p_j = 0 \text{ 或 } d_j = 0 \end{array} \right. \quad (5)$$

其中 X_j ($j = 1, 2, \dots, 4n+2$) 为人工变量, $X = [X_1, X_2, \dots, X_{4n}]^T$; P 为总法向载荷; p_1 和 p_2 分别为左右端离散点载荷; p 中包含 p_1 和 p_2 ; $\gamma = [\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_{2n}]^T$, $\lambda = [\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{2n}]^T$ 分别为左右端离散点载荷与轴向的夹角.

式(5)是由已知参数 F, P, w, γ, λ 和未知参数 p, d, Z 组成的一个非线性规划,用一种改进的正规形法可以求解^[8]. 顺序进行一个啮合周期中各接触位置的 L TCA 计算,即可得到这一对齿轮副的全部承载啮合过程.

当存在制造和安装误差时,左右两端斜齿轮副传动时存在齿的相位差,因而通过一个齿轮(一般为小轮)的轴向移动,使其达到传递扭矩的自相平衡. 由此,以式(4)作为满足条件. 当轴向力不平衡时,小轮沿轴向移动一个微小的距离,重新计算人字齿轮轮齿接触分析与承载接触分析,直到两端齿轮副产生的轴向力达到平衡.

2 齿轮系统的齿面法向柔度矩阵

齿轮支承系统在工作载荷下的变形将引起齿面载荷的重新分布和传动误差的变化. 因此,齿轮系统的齿面法向柔度矩阵的元素包括在齿面结点施加单位载荷时,同一接触线上结点的柔量和由于支撑变形附加的柔量. 采用有限元柔度系数法来计算轮齿及其支承变形.

2.1 齿面柔度矩阵

齿面柔度矩阵的计算请参照文献[9]. 这里,仅给出最终的结果.

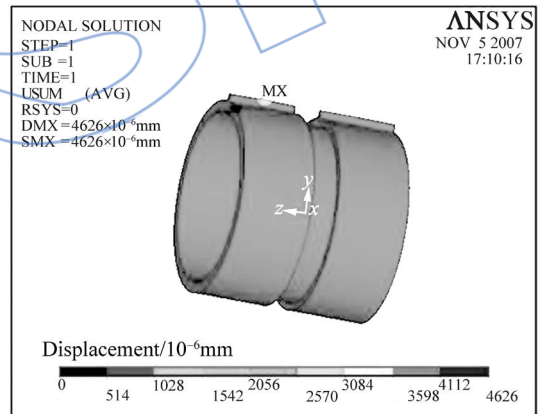
$$f = \begin{bmatrix} f_1 & \cdots & \cdots & 0 \\ \cdots & f_2 & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & \cdots & \cdots & f_N \end{bmatrix} \quad (6)$$

式中 N 为一个周期内的啮合位置. f 为某啮合位置人字齿轮副齿面法向柔度矩阵.

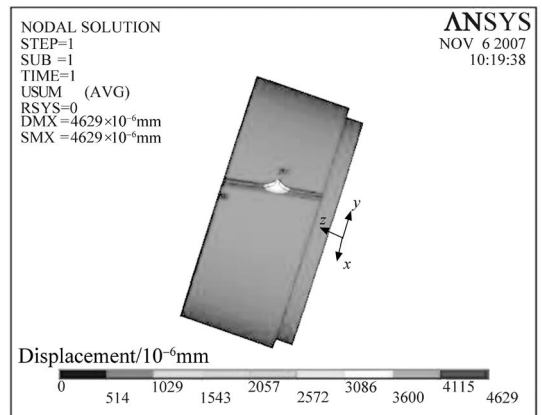
2.2 人字齿轮副与斜齿轮副齿面法向柔度矩阵对比

关于斜齿轮副齿面法向柔度矩阵计算的研究已经比较成熟^[5],人字齿轮副可以看作是由左右两端斜齿轮副组成. 因此,探讨斜齿轮副与人字齿轮副柔度矩阵之间的关系对于减少工作量具有重要的意义.

分别建立人字齿轮和斜齿轮的有限元模型(图2). 其中,斜齿轮的模型取自人字齿轮的一半,两者加载和约束位置完全相同,用有限元法分别对其进行静力学分析,得到加载点的位移并进行对比.



(a) 人字齿轮的节点位移



(b) 斜齿轮的节点位移

图2 加载节点位移图

Fig. 2 Displacement of loaded node

在齿宽中点的齿顶圆节点上施加 10 000 N 的法向力,加载节点的位移分别为 $0.439\,015 \times 10^{-2}$ mm 和 $0.439\,225 \times 10^{-2}$ mm,两者相差很小.此外,对加载节点的相邻节点的位移也进行了计算,同样两者相差很小.因此,可以利用相同的约束和载荷条件,通过分别计算左右端斜齿轮副的齿面柔度矩阵然后组成人字齿轮副的齿面柔度矩阵.

2.3 附加柔度矩阵的计算

利用一维有限元方法计算得到轴的变形.轴变形产生的附加柔量可表示为^[10]

$$\chi_{pq} = y_{pq1} + y_{pq2} + \phi_{pq1} r_{b1} + \phi_{pq2} r_{b2} \tag{7}$$

式中 y_{pqi} ($i=1,2$), ϕ_{pqi} ($i=1,2$) 分别为在齿面结点 p 作用单位载荷时,同一接触线上结点 q 由于两轴线挠曲产生的位移和两轴线的扭转角; r_{b1} , r_{b2} 分别为主、被动轮的基圆半径.

可由二元插值计算得到瞬时接触线长轴离散点的附加柔度矩阵.

2.4 齿轮系统的齿面法向柔度矩阵

将附加柔度矩阵叠加到齿面柔度矩阵中可最终得到齿轮系统的齿面法向柔度矩阵,其元素可以表示为

$$F_{pq} = f_{pq} + \chi_{pq} \tag{8}$$

式中 f_{pq} 为在齿面结点 p 施加单位载荷时,同一接触线 q 结点的柔量; χ_{pq} 为在齿面结点 p 施加单位载荷时,同一接触线 q 结点由于轴变形附加的柔量.

3 试验与计算结果对比

以某人字齿轮为例,其参数见表 1. 齿轮试验台如图 3 所示. 试验前检查齿轮副的啮合涂色印

表 1 人字齿轮的参数

Table 1 Parameters of double helical gears

齿轮参数	主动轮	从动轮
齿数 z	31	102
法面模数 m_n/mm	4.5	
压力角 $\alpha_n/(\text{^\circ})$	20	
螺旋角 $\beta/(\text{^\circ})$	28.34	
齿宽 B/mm	90 ×2	90 ×2
旋向	右左旋	左右旋
退刀槽宽度 W/mm	70	
大轮扭矩/(N ·m)	2 000	

痕,与理论计算得到的齿面轻载印痕基本一致(如图 4 所示). 研制开发了一套高精度圆光栅齿轮传动误差测试的软硬件系统,系统的分辨率可达到 0.1". 利用该测量分析系统对传动误差进行测量分析,通过数据采集、频谱分析和滤波处理,最终得到齿频传动误差曲线,与理论计算得到的承载传动误差进行对比验证(图 5).

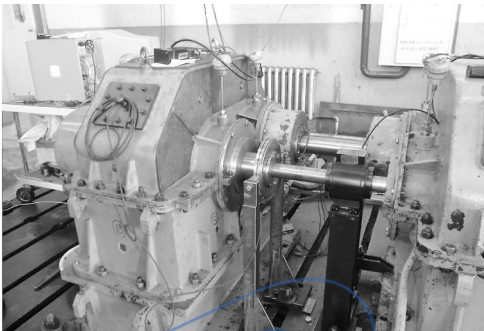
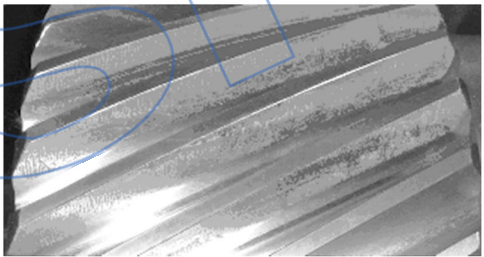
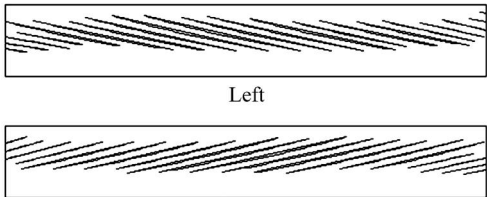


图 3 试验装置

Fig. 3 Experimental equipment



(a) 齿轮工作面的滚检印痕(右齿面)



(b) 计算得到的齿面轻载印痕

图 4 人字齿轮齿面印痕

Fig. 4 Path of surface contact of double helical gears

从图 5 和表 2 中可以看出: ①计算幅值与试验幅值基本相符; ②计算值与试验值都很小,不大于 1",原因在于人字齿轮副的重合度很大,因而啮合刚度很大,并且啮合刚度的波动幅度很小; ③试验值略大于计算值,这是因为试验传动误差是由齿轮变形和齿面误差两部分构成,计算值仅考虑了轮齿变形部分. 当齿面误差在 0.1 μs 量级时,足以产生上述差别.

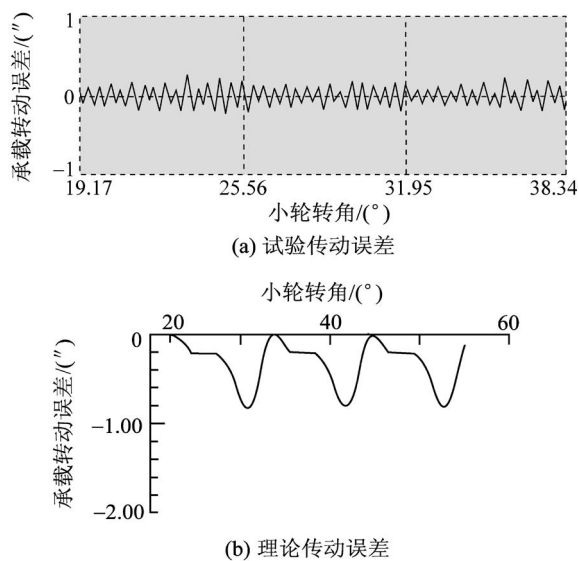


图 5 人字齿轮的传动误差

Fig. 5 Loaded transmission error of double helical gears

表 2 承载传动误差的检测幅值与理论幅值

Table 2 Transmission error amplitude of experiment and calculation

扭矩/(N·m)	传动误差幅值/(°)	
	试验	计算
2000	0.655 402	0.6409

4 结 论

1) 通过对人字齿轮和斜齿轮加载位移对比,结果表明可以分别计算左右端斜齿轮副的齿面柔度矩阵来组成人字齿轮副的齿面柔度矩阵,极大地减少了计算工作量.

2) 通过有限元法计算得到轴变形产生的附加柔度矩阵,将其与齿面离散点法向柔度矩阵叠加获得人字齿轮系统的齿面法向柔度矩阵.

3) 在考虑齿面间隙、轮齿变形和支撑变形等多种因素影响的基础上,将有限元、柔度矩阵、数学规划和齿轮(一般为小轮)的轴向移动结合在一起,计算得到人字齿轮副的承载啮合过程.

通过对齿面的轻载印痕和承载传动误差的比较,验证了所提出的人字齿轮承载接触分析方法的正确性.

参考文献:

[1] Amendola J B. Single vs double helical gears[J]. Turbomachinery International, 2006, 47 (5) : 34-38.

[2] 赵宁,郭辉,方宗德,等. 直齿面齿轮修形及承载接触分析[J]. 航空动力学报, 2008, 23 (11) : 2142-2146.

ZHAO Ning, GUO Hui, FANG Zongde, et al. Modification and loaded contact analysis of spur face gears[J]. Journal of Aerospace Power, 2008, 23 (11) : 2142-2146. (in Chinese)

[3] LI Shuting. Gear contact model and loaded tooth contact analysis of a three-dimensional, thin-rimmed gear[J]. Journal of Mechanical Design, 2002, 124 (3) : 511-517.

[4] Litvin F L. Design simulation of meshing, and contact stress for an improved worm gear drive[J]. Mechanism and Machine Theory, 2007, 42 : 940-959.

[5] 方宗德. 修形斜齿轮的承载接触分析[J]. 航空动力学报, 1997, 12 (3) : 251-254.

FANG Zongde. Loaded tooth contact analysis of helical gears with modification[J]. Journal of Aerospace Power, 1997, 12 (3) : 251-254. (in Chinese)

[6] 方宗德,邓效忠,任东锋. 考虑边缘接触的弧齿锥齿轮承载接触分析[J]. 机械工程学报, 2002, 38 (9) : 69-72.

FANG Zongde, DENG Xiaozhong, REN Dongfeng. Loaded tooth contact analysis of spiral bevel gears considering edge contact[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2002, 38 (9) : 69-72. (in Chinese)

[7] 张金良. 高强度螺旋锥齿轮的设计及实验研究[D]. 西安: 西北工业大学, 2006.

ZHANG Jinliang. The design of high-strength spiral bevel gears and experimental research[D]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University, 2006. (in Chinese)

[8] 方宗德,马均辉. 斜齿轮轮齿有限元网格的自动生成与接触计算[J]. 机械科学与技术, 1993, 46 (3) : 25-29.

FANG Zongde, MA Junhui. Auto-generation of 3-D finite element meshes and contact calculation of helical gear teeth[J]. Mechanical Science and Technology for Aerospace Engineering, 1993, 46 (3) : 25-29. (in Chinese)

[9] 王成,方宗德,贾海涛,等. 人字齿轮承载接触分析的模型和方法[J]. 热能动力工程, 2009, 24 (4) : 519-522.

WANG Cheng, FANG Zongde, JIA Haitao, et al. A model and method for load-bearing contact analysis of herring-bone gears[J]. Journal of Engineering for Thermal Energy and Power, 2009, 24 (4) : 519-522. (in Chinese)

[10] 方宗德,刘更,沈允文. 圆柱齿轮传动的三维接触分析[J]. 西北工业大学学报, 1992, 10 (1) : 74-78.

FANG Zongde, LIU Geng, SHEN Yunwen. 3-D finite element contact analysis of cylindrical gear[J]. Journal of Northwestern Polytechnical University, 1992, 10 (1) : 74-78. (in Chinese)